Traformatore ideale

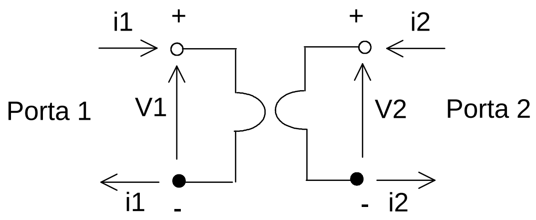


Fig.1

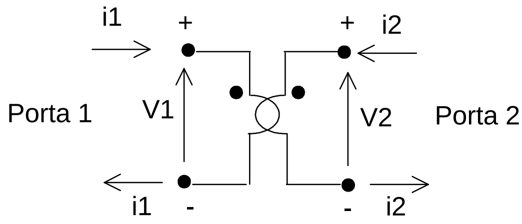


Fig.2

<u>Definizione</u>: il trasformatore ideale è un componente elettronico formato da 4 poli, riuniti in due porte.

<u>Versi</u>: I versi della corrente sono definiti secondo una di queste due convenzioni:

1) Figura 1: - Pallino vuoto: corrente entrante
   - Pallino pieno: corrente uscente
2) Figura 2: - Corrente entrante nel lato del pallino nero

NB: Entrambi gli avvolgimenti del trasformatore vanno sempre considerati come utilizzatori.

<u>Equazioni</u>: 1) $V_1 = \gamma \cdot V_2$

2) $i_1 = -\frac{1}{\gamma} \cdot i_2$

Quindi si possono verificare questi casi:

1) Trasformatore riduttore (di tensione): $0 < \delta < 1 \quad \Rightarrow \quad V_1 < V_2$ e $i_1 > i_2$
2) Trasformatore con rapporto 1:1 : $\delta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2$ e $i_1 = i_2$
3) Trasformatore elevatore (di tensione): $1 < \delta \quad \Rightarrow \quad V_1 > V_2$ e $i_1 < i_2$

2) Potenza

La potenza sulle porte 1 e 2 risulta:

$$P_1 = V_1 \cdot i_1 \text{ e } P_2 = V_2 \cdot i_2$$

Sostituisco le equazioni di funzionamento del trasformatore nella equazione della potenza della porta 1:

$$P_1 = (\gamma \cdot V_2) \cdot (-\frac{1}{\gamma} \cdot i_2) \quad \Rightarrow \quad P_1 = -(V_2 \cdot i_2)$$

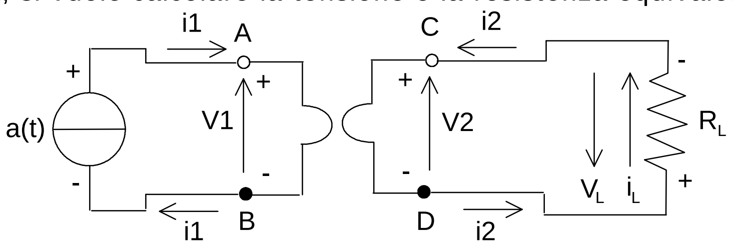
Nel trasformatore ideale vale quindi la seguente relazione:

$$P_1 = -P_2$$

Dal punto di vista fisico, significa che la potenza assorbita dalla porta 1 viene erogata dalla porta 2.

3) Tensione e Resistenza equivalente

Dato il circuito in figura, si vuole calcolare la tensione e la resistenza equivalente alla porta 1



<u>a) Tensione V_1</u>

La tensione V_2 ai capi C e D della porta 2 vale (legge di Ohm e KVL):

$$V_2 = -i_2 \cdot R_L$$

Ma per le proprietà del trasformatore, vale che:

$$i_2 = -\gamma \cdot i_1 \text{ e } V_2 = \frac{1}{\gamma} \cdot V_1$$

Quindi si ottiene che:

$$\delta \cdot V_1 = -(-\frac{1}{\delta} \cdot i_1) \cdot R_L$$

Cioè:

$$V_1 = \gamma^2 \cdot R_L \cdot i_1$$

<u>b) Resistenza equivalente</u>

Ricordando la formula precedente:

$$V_1 = \gamma^2 \cdot R_L \cdot i_1$$

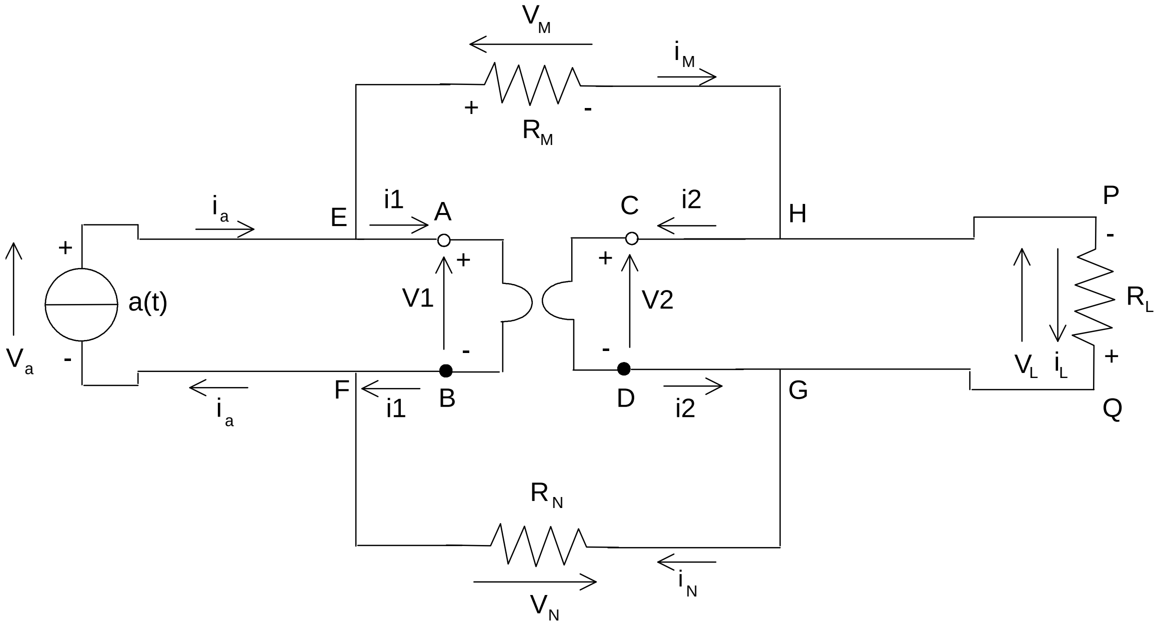
Si ottiene che:

$$R_{eq} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{\gamma^2 \cdot R_L \cdot i_1}{i_1}$$

Quindi:

$$R_{eq} = \gamma^2 \cdot R_L$$

4) Trasformatore con resistenze a ponte



Considero il circuito rappresentato in figura. Tra la porta 1 e la porta 2 sono state inserite due resistenze, che assumono il ruolo di Resistenze a Ponte.

Applicando la KCL, si ottiene che:

1) $i_M = i_1 - i_a$
2) $i_L = i_2 - i_M \quad \Rightarrow \quad i_L = i_2 - i_1 + i_a$
   Considero l'equazione di funzionamento del trasformatore:
   $i_1 = -\frac{1}{\gamma} \cdot i_2 \quad \Rightarrow \quad i_2 = -\gamma \cdot i_1$
   Sostituendo si ha che:
   $i_L = i_a - i_1 + \gamma \cdot i_1$
3) $i_N = i_a - i_1$

Applicando la KVL sulla maglia B-A-E-H-P-Q-G-F-B si ottiene:

$$-V_1 + V_M + V_L + V_N = 0 \quad \text{(in senso antiorario)}$$

Applicando la Legge di Ohm, si sostituisce ogni tensione con corrente e resistenza:

$$V_1 = (i_1 - i_a) \cdot R_M + (i_a - i_1 + \gamma \cdot i_1) \cdot R_L + (i_a - i_1) \cdot R_N \ (1)$$

Considero ora la legge di funzionamento del trasformatore: $V_a = \gamma \cdot V_L$

Considerando che vale che: $V_L = R_L \cdot i_L = R_L \cdot (i_a - i_1 + \gamma \cdot i_1)$

Si può scrivere che:

$$V_a = \gamma \cdot R_L \cdot (i_a - i_1 + \gamma \cdot i_1)$$

Da cui si ottiene che:

$$i_1 = \frac{V_a - \gamma \cdot R_L \cdot i_a}{\gamma \cdot R_L \cdot (\gamma - 1)}$$

Quindi si può sostituire all'interno della precedente equazione (1), e svolgendo una serie di passaggi algebrici, si ottiene che:

$$R_{eq} = \frac{\gamma^2 \cdot R_L}{1 + \frac{R_L}{R_M + R_N} \cdot (\gamma - 1)^2}$$

Dal punto di vista fisico, l'equazione ha un significato preciso. Infatti, se una delle due resistenze R_N o R_M diventa infinita, cioè se il circuito in quel punto viene lasciato aperto, l'equazione viene risolta con un limite, il cui risultato corrisponde all'equazione della R_{eq}senza Resistenze di ponte. Cioè:

$$\lim_{R_N \to \infty} \frac{\gamma^2 \cdot R_L}{1 + \frac{R_L}{R_M + R_N} \cdot (\gamma - 1)^2} = \gamma^2 \cdot R_L$$

E si ricorda che $R_{eq} = \gamma^2 \cdot R_L$ nel circuito senza resistenze a ponte.

Di fatto, cioè, aprendo una resistenza, l'altra non ha alcun effetto sul circuito.