Circuito Simbolico

Principio di base
E' possibile applicare a tutte le leggi matematiche che regolano un circuito la trasformata di Laplace, in modo da ottenere un nuovo circuito con delle proprietà differenti. Si eseguono i calcoli sul nuovo circuito, e poi si antitrasforma tutto il circuito nell'originale.

Caratteristiche del circuito
Affinché si possa applicare la trasformata di Laplace, è necessario che il circuito possieda due importanti caratteristiche:

a) Linearità: il circuito deve essere lineare, cioè deve contenere solo elementi lineari. Non sono ammessi elementi come il diodo, che invece hanno un comportamento non lineare

b) Tempo-Invarianza: il circuito deve essere tempo-invariante, cioè tutte le sue costanti devono mantenersi sempre uguali nel tempo. Un esempio di componente tempo-variante è il potenziometro, se la sua resistenza viene modificata nell'intervallo di tempo durante il quale è analizzato il circuito.

Univocità dei circuiti
La trasformata di Laplace gode della proprietà di univocità. Ciò significa che:

$$L[f(t)] = L^{-1}[F(s)] \qquad \forall\ t \in \mathbb{R},\ \forall\ s \in \mathbb{C}$$

Poichè trasformata e antitrasformata vengono applicate al circuito, il circuito nel dominio del tempo è equivalente al circuito nel dominio delle frequenze, e viceversa:

$$L[\text{ Circuito nel tempo }] = L^{-1}[\text{ Circuito nella frequenza }]$$

E' quindi possibile eseguire i calcoli indifferentemente su un circuito con dominio nel tempo t o nella frequenza s, poiché ciascun circuito implica solo l'altro.

Variabili
Notazione: *Variabili*: per convenzione si è scelto di indicare con lettere minuscole le variabili nel dominio del tempo, e con lettere maiuscole le variabili nel dominio della frequenza

Costanti: le costanti sono indicate con la medesima lettera sia nel dominio del tempo che nel domino della frequenza

Esempio: $v(t) = R \cdot i(t) \ \rightarrow\ V(s) = R \cdot I(s)$

Unità di misura:

Dominio delle variabili: poiché si applica la trasformata di Laplace unilatera, il dominio delle variabili t e s coincide con gli estremi dell'integrale che da origine alla Trasformata di Laplace:

$$D(t, s) = [0^-, +\infty]$$

Trasformazione dei componenti

Dominio del Tempo	Dominio delle trasformate
Leggi e Teoremi generali (Leggi di Kirchoff, Teoremi di Thevenin, Norton, Millman, legge di Ohm, ecc.)	Invariato
Versi e direzioni di correnti e tensioni	Invariati
Generatori controllati	Invariati
Funzione impressa di generatori indipendenti	Trasformata della funzione impressa del generatore indipendente
Resistenze	Invariate
Circuiti operazionali	Invariati
Trasformatori ideali	Invariati
Condensatori	Resistenza + Generatore Indipendente
Induttori	Resistenza + Generatore Indipendente

Elementi Invariati
Tutti gli elementi adinamici restano invariati, perchè possiedono leggi matematiche tali che:

$$f(t) = F(s)$$

e perciò non cambiano formula.

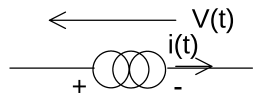
Generatori
I generatori indipendenti generano una tensione o una corrente in base a una funzione impressa che appartiene al generatore. Il generatore equivalente nel dominio s delle frequenze genera corrente o tensione in base alla trasformata della corrispondente funzione impressa nel dominio del tempo
Esempio: E' dato il generatore indipendente di tensione g(t), che genera una tensione ai suoi capi secondo la funzione:

$$g(t) = 5t + 4$$

L'elemento equivalente nel circuito trasformato è un generatore indipendente di tensione che lavora secondo la funzione impressa:

$$G(s) = L[5t + 4] = \frac{5}{s^2} + 4$$

Induttore
E' dato il seguente induttore nel dominio del tempo:



Nel dominio del tempo, l'induttore è regolato dalla seguente legge:

$$v_H(t) = H \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Applicando la trasformata di Laplace si ottiene:

$$V_H(s) = L[v_L(t)] = L\left[H \cdot \frac{di(t)}{dt}\right]$$

$$V_H(s) = H \cdot s \cdot I_H(s) - H \cdot I_H(0^-)$$

Ponendo la seguente uguaglianza con i due monomi della trasformata di Laplace:

$$V_z = H \cdot s \cdot I_H(s)$$

$$V_0 = -H \cdot I_H(0^-)$$

Si può scrivere che:

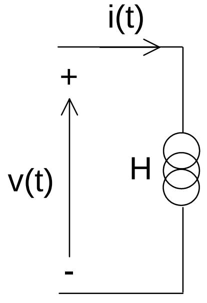
$$V_H(s) = V_z + V_0$$

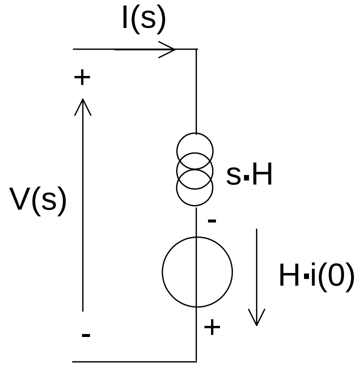
Per la sovrapposizione degli effetti, risulta evidente che V_z e V_0 sono tensioni. Quindi, analizzando le due espressioni, si possono compiere delle considerazioni:

a) $V_z = H \cdot s \cdot I_H(s)$: lega una tensione V_z a una corrente $I_H(s)$ attraverso un coefficiente $H \cdot s$. Dunque è una legge di Ohm simbolica, dove la resistenza simbolica vale $H \cdot s$, e prende il nome di impedenza.

b) $V_0 = -H \cdot I_H(0^-)$: è un prodotto di costanti, e rappresenta quindi un valore fisso di tensione. E' un generatore costante di tensione, che rappresenta le condizioni iniziali nelle quali si trovava il componente al momento dell'inizio dell'analisi.

La rappresentazione circuitale dell'induttore è la seguente:





E' anche possibile riscrivere la trasformata dell'induttore in funzione di $I_H(s)$. Così facendo si ottiene una rappresentazione circuitale del tutto equivalente alla precedente.

$$V_H(s) = H \cdot s \cdot I_H(s) - H \cdot I_H(0^-)$$

$$I_H(s) = \frac{V_H(s)}{H \cdot s} + \frac{I_H(0^-)}{s}$$

Ponendo questa uguaglianza con i due monomi della trasformata di Laplace:

$$I_z = \frac{V_H(s)}{H \cdot s}$$

$$I_0 = \frac{I_H(0^-)}{s}$$

Si può scrivere che:

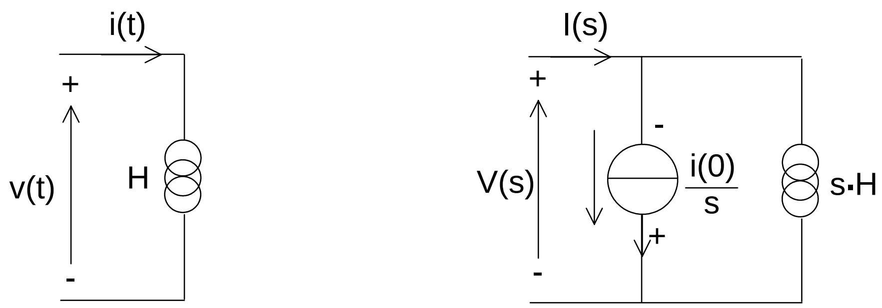
$$I_H(s) = I_z + I_0$$

Per la sovrapposizione degli effetti, risulta evidente che I_z e I_0 sono correnti. Quindi, analizzando le due espressioni, si possono compiere delle considerazioni:

a) $I_z = \frac{V_H(s)}{H \cdot s}$: lega una corrente I_z a una tensione $V_H(s)$ attraverso un coefficiente $H \cdot s$. Dunque è una legge di Ohm simbolica, dove la resistenza simbolica vale $H \cdot s$ e prende il nome di impedenza

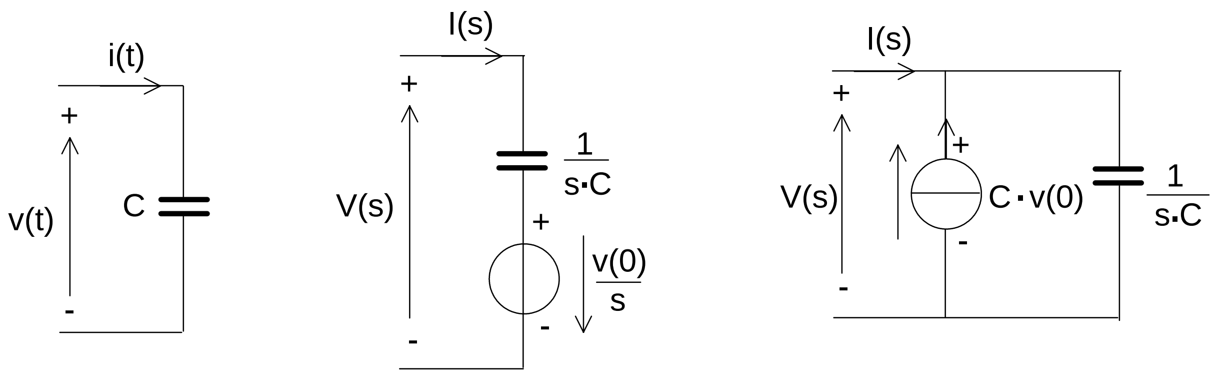
b) $I_0 = \frac{I_H(0^-)}{s}$: è un prodotto di costanti, e rappresenta quindi un valore fisso di corrente. E' un generatore costante di corrente, che rappresenta le condizioni iniziali nelle quali si trovava il componente al momento dell'inizio dell'analisi.

La rappresentazione circuitale dell'induttore può essere quindi anche è la seguente:



Condensatore

Per il condensatore si possono eseguire dei passaggi del tutto analoghi all'induttore. Si ottengono le seguenti configurazioni:



Induttore

	Significato	**Config. in Parallelo**	**Config. in Serie**
Generatore	Contiene l'informazione sulle condizioni iniziali dell'induttore	Valore: $\frac{i(0)}{s}$ Orientamento: opposto	Valore: $H \cdot i(0)$ Orientameno: opposto
Resistenza	Rappresenta l'induttore	Valore: $s \cdot H$ Orientamento: indifferente	Valore: $s \cdot H$ Orientamento: indifferente

Condensatore

	Significato	**Config. in Parallelo**	**Config. in Serie**
Generatore	Contiene l'informazione sulle condizioni iniziali dell'induttore	Valore: $\frac{1}{s \cdot C}$ Orientamento: opposto	Valore: $C \cdot v(0)$ Orientameno: opposto
Resistenza	Rappresenta il condensatore	Valore: $\frac{1}{s \cdot C}$ Orientamento: indifferente	Valore: $\frac{v(0)}{s}$ Orientamento: indifferente

Nota Bene: Le condizioni iniziali vanno calcolate nel dominio del tempo t, non nel dominio della frequenza s.

Impedenza e ammettenza

Cosa: con l'applicazione della trasformate di Laplace al circuito, induttore e condensatore nel dominio del tempo diventano delle resistenze simboliche nel dominio delle frequenze. La resistenza simbolica che assumono viene chiamata impedenza.

Impedenza: *Significato*: resistenza simbolica di condensatore e induttore nel dominio della frequenza

Notazione: z

Unità di misura: Ohm

Ammettenza: *Significato*: conduttanza simbolica di condensatore e induttore nel dominio della frequenza

Notazione: $y = \frac{1}{z}$

Unità di misura: Siemens