# Schema di ripasso sull'analisi dei segnali

| | **Segnale singolo** | | **Prodotto di segnali** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Tempo** | **Frequenza** | **Tempo - auto** | **Tempo - Mutuo** | **Frequenza - Auto** | **Frequenza - mutuo** |
| Segnale | Funzione del segnale x(t)<br><br>Segnale | Spettro di ampiezza X(f)<br><br>Indica il contributo di ciascuna armonica all'ampiezza totale del segnale x(t), cioè alla sua forma | /<br><br>Non ha senso | /<br><br>Non ha senso | /<br><br>Non ha senso | /<br><br>Non ha senso |
| Energia | Energia del segnale $E_x(t)$<br><br>Indica l'energia posseduta dal segnale negli intervalli di integrazione (cioè di tempo) specificati | Spettro di energia $S_x(f)$<br><br>Indica il contributo di ciascuna armonica all'energia totale del segnale x(t) | Funzione di autocorrelazione di energia $R_x$<br><br>E' l'antitrasformata dello spettro di energia | Funzione di mutua correlazione di energia $R_{xy}$ $R_{yx}$<br><br>E' l'antitrasformata dei termini mutui in uno spettro di energia del prodotto di due segnali | Spettro di autocorrelazione $S_x(f)$<br><br>vedi | Spettro di energia mutua $S_{xy}$ $S_{yx}$<br><br>Termini mutui in uno spettro di energia del prodotto di due segnali |
| Potenza | Potenza del segnale $P_x(t)$<br><br>Indica la potenza media dal segnale negli intervalli di integrazione (cioè di tempo) specificati | Spettro di potenza $G_x(f)$<br><br>Indica il contributo di ciascuna armonica alla potenza totale del segnale x(t) | Funzione di autocorrelazione di potenza $R_{xy}$ $R_{yx}$<br><br>E' l'antitrasformata dello spettro di potenza | Funzione di mutua correlazione di potenza $\phi_{xy}$ $\phi_{yx}$<br><br>E' l'antitrasformata dei termini mutui in uno spettro di potenza del prodotto di due segnali | Spettro di autocorrelazione $G_x(f)$<br><br>vedi | Spettro di potenza mutuo $G_{xy}$ $G_{yx}$<br><br>Termini mutui in uno spettro di energia del prodotto di due segnali |

## Segnali determinati generali

| | **Segnale singolo** | | **Somma di segnali** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Tempo** | **Frequenza** | **Tempo - auto** | **Tempo - Mutuo** | **Freq. - Auto** | **Frequenza - mutuo** |
| Segnale | f(t) | F[f(t)] | / | / | / | / |
| Energia | $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt$<br>$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df$<br>$E_x = R_x(0)$<br>$E_x = \lVert x(t)\rVert^2$ | $S_x(f) = \lvert X(f)\rvert^2$ | $R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x^*(t-\tau) dt$<br>$R_x(\tau) = F^{-1}[S_x]$<br>$R_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$ | $R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t), y^*(t-\tau) dt$<br>$R_{xy}(\tau) = R^*_{yx}(\tau)$<br>$R_{xy}(\tau) = F^{-1}[S_{xy}(f)]$ | $S_x(f)$ | $S_{xy}(f) = X(f) \cdot Y^*(f)$<br>$S_{xy}(f) = F\{R_{xy}(\tau)\}$ |
| Potenza | $P_x(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \lvert x(t)\rvert^2 dt$<br>$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df$<br>$P_x = \phi_x(0)$ | $G_x(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \lvert F[x(t) \cdot P_T(t)]\rvert^2$<br>$G_x(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left\lvert \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \right\rvert^2$ | $\phi_x(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x^*(t-\tau) dt$<br>$\phi_x(\tau) = F^{-1}[G_x(f)]$ | $\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{+\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t) y^*(t-\tau)$<br>$\phi_{xy}(\tau) = F^{-1}[G_{xy}(f)]$ | $G_x(f)$ | $G_{xy}(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{F[x(t)P_T(t)] \cdot F^*[x(t)P_T(t)]}{T}$<br>$G_{xy}(f) = F\{\phi_{xy}(\tau)\}$ |

## Segnali determinati periodici

| | Segnale singolo | | Somma di segnali | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Tempo** | **Frequenza** | **Tempo - auto** | **Tempo - Mutuo** | **Freq. - Auto** | **Frequenza - mutuo** |
| Segnale | $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_T(t-nT_0)$<br>$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_T(t)*\delta(t-nT_0)$<br>$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mu_n e^{j\frac{2\pi}{T_0}nt}$ (Serie)<br>$\mu_n=\frac{1}{T_0}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{j\frac{2\pi}{T_0}nt}dt$ | $X(f)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mu_n\delta(f-nf_0)$<br>$X(f)=f_0\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_T(nf_0)\delta(f-nf_0)$ | / | / | / | / |
| Energia | Infinta | Non esiste | Non esiste | Non esiste | Non esiste | Non esiste |
| Potenza | $P_x=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \lvert\mu_n\rvert^2$ | $G_x(f)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \lvert\mu_n\rvert^2\delta\left(f-\frac{n}{T}\right)$ (per.) | $\phi_x(\tau)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \lvert\mu_n\rvert^2\cdot e^{j2\pi f_0 n\tau}$ | ? | ? | ? |

$x_T(t)\rightarrow$ Periodo singolo del segnale
$X_T(f)\rightarrow$ Trasformata di Fourier di un periodo
$T_0\rightarrow$ Periodo del segnale

## Processi casuali

| | Segnale singolo | | Somma di segnali | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Tempo** | **Frequenza** | **Tempo - auto** | **Tempo - Mutuo** | **Freq. - Auto** | **Frequenza - mutuo** |
| Segnale | f(t) | Non esiste | / | / | / | / |
| Energia | | | | | $S_x(f)$ | |
| Potenza | $P=E\{p(t)\}$ (se p)<br>$P=\int_{-\infty}^{\infty} G_p(f)df$ (se p)<br>$v_{eff}^2=\int_{-\infty}^{\infty} G_v(f)df$ (se v/i)<br>$v_{eff}^2=E\{v(t)^2\}$ (se v/i) | $G_x(f)=F[\phi_x(t)]$ | $\phi_x(\tau)=E\{x(t)\cdot x(t-\tau)\}$<br>$\phi_x(\tau)=F^{-1}[G_x(f)]$ | | $G_x(f)$ | |

Funzione di autocorrelazione di energia di una somma: $R\{x(t)+y(t)\}=R_x(f)+R_y(f)+R_{xy}(f)+R_{yx}(f)$
Funzione di autocorrelazione di potenza di una somma: $\phi\{x(t)+y(t)\}=\phi_x(f)+\phi_y(f)+\phi_{xy}(f)+\phi_{yx}(f)$
Spettro di energia di una somma: $S\{x(t)+y(t)\}=S_x(f)+S_y(f)+S_{xy}(f)+S_{yx}(f)$
Spettro di potenza di una somma: $G\{x(t)+y(t)\}=G_x(f)+G_y(f)+G_{xy}(f)+G_{yx}(f)$

Note: - L'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)\cdot y^*(t)dt$ può essere definito anche come $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot y^*(t-\tau)dt$, grazie a un cambio di variabile che lascia immutato il risultato.
- Le funzioni di mutua correlazione sono definte per xy. Esistono le duali, definite per yx, che si ottengono con le stesse formule, scambiando x(t) con y(t)

## <u>Valori efficaci, quadratici, medi</u>

| | Segnali determinati | Segnali determinati periodici | Processi casuali |
|---|---|---|---|
| Valore efficace | $x_{eff} = \sqrt{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)^2 dt}$ | $x_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)^2 dt}$ $T \to$ periodo | $x_{eff} = \sqrt{E\{x(t)^2\}}$ |
| Valor quadratico medio | $x_{eff}^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)^2 dt$ | $x_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)^2 dt$ $T \to$ periodo | $x_{eff}^2 = E\{x(t)^2\}$ |
| Media | $E\{x(t)\} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt$ | $E\{x(t)\} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt$ | $E\{x(A)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(A) \cdot f_A(x) dx$ |

A = variabile casuale

x(A) = funzione di variabile casuale

$f_A(x)$ = distribuzione di probabilità di A